小島　だから，いま言った意味では，関係が先にあって量が測れる．測ったということを固定して，そこにとどまれば分数が量を表わすものになる．そこで量の単位を固定して，事実上量と，この場合は分数だけれども，数とを同一視する時期をかなり続けろというのが数教協だと思うんです．教育の上ではですね．つまり，$\frac{3}{5}$という関係概念ではなくて，長さについて分数が出てくるときはいつも，$\frac{3}{5}$mというかたちで意識されるようにしろ，というように……．

森　数教協としては，と言われると困るんでね．

小島　ぼくはそれはそれでいいと今いっているんだけど……．

森　感覚的には私はどちらかと言えば関係派なのよ．（笑）元来，性格的にね．しかし，関係が先か，実体が先かというのは，ニワトリと卵みたいなところがあって，ぼくは論理の問題ではないと思うんです．ただ，それが人間としてどう定着するかの問題でね．

江沢　というか，フレキシビリティがあったほうがいいんじゃない？

高橋　ということがわれわれの日常そのものなのであって，関係として定立されたものはあくまで関係として押さえておくということはないと思うんですよ．数学だって，関係概念としての関数は，関数空間ではモノ化してしまうでしょう．

森　小島さんの話で数教協に関して，ぼくの感じでは，これは言っておいたほうがいいと思うことは，「倍」が軽視されているというのではなく，ぼくは逆みたいな感じなんで，むしろ倍というのは非常に難しいというふうに数教協では捉えている．小島さんの言ったように，$\frac{3}{5}$mを五つに割った三つとか，3mというのを単位の1mを三つ分取ったというふうにしているわけですが，倍という，広い意味で何らかの操作をしていること自身を，ひとつの「操作する」という動詞でなく「操作すること」という名詞みたいにして扱うでしょ．3倍というのが尺取り虫みたいに三つ取ったというのは，同時に一挙に3倍という感じがあるんだが，それがないと絶対に困るわけです．

たとえば指数関数を教えるときには，少なくともそれがないと困る．倍写像そのものを問題にしなきゃいけないんで，そこのレベルがどういうふうに転換していくかということは，実はまだ未解決で，みんなが困っているところだと思うんです．

高橋　だけど，別の意味ではだれでもが困っていないんでして，いい年が来れば大抵は分かることでもありますね．

森　ええ．ただ，どうしていい年が来たときに分かったかというからくりが分からない．事実，だれでも分かるというのはウソで，分からないでこぼれるのがいるわけです．だから，分かるからくりがどうかということが分かればいいわけよ．

高橋　でも，倍というぐらいのことではこぼれないでしょ．

森　いや，ダメです．

高橋　ややこしいことを教えすぎて，そのうえ宿題まで出して持ってこいと言うからこぼれる？

森　いや，そうじゃなくて，現実に文字を使うときに，xの2倍というのは文字にしやすいんですが，2のx倍というのは極端にダメなんです．xというものを文字にするのはいいんだけれども，x倍というのが自由に動くというのは難しい．それから，指数関数で倍率だけを扱うというのも難しい．倍の問題を軽視しているのではなくて，みんなどうしたらいいか考えているというのが正しいところだと思うんです．

小島　操作を変数で表わすということだから，難しいこともありうるわけですね．

森　ええ，難しい．

高橋　だけど，2のx倍でこぼれる子がいても，「これのx倍，お前の好きなだけ買ってこいや」といって銭を渡せば，大概正しく買ってくると思うんですがね．

森　その場合には，これの何倍というふうなかたちではなく，いわゆる実体概念的に捉えているわけです．操作そのものの実体化じゃなくて，現象的なレベルとしての実体です．

あまり詳しくゴチャゴチャ言っているとこじれますが，ぼくが言いたいのは，数教協は倍を軽視しているのではなく，倍を難しいと思って，むしろそこのところは未解決問題として考えているということなんです．

◉タテ×ヨコはやさしいか

森　もう一つの問題は似たような問題で，タテ×ヨコというのはやさしいと書いてありますが……．

小島　書いてあるというのは，ぼくの報告に？

森　そう．ところがタテ×ヨコの授業が完全に成功した例は多分ないんです．長方形のタテ×ヨコの掛け算というのは，小学校中学年での最大難物の一つなんです．長方形はタテ×ヨコで分かっているというのは，われわれは分かっていますが，これはしばしばうまくいかないんです．

江沢　その場合の「分かる」というのはどういうことですか．子供にハガキの面積を求めろといったときに，タテ×ヨコと掛けられないかということですか．

森　公式としてはやるんだけど，掛け算の意味みたいなことをいろいろ言えば言うほど，それとの違和感が出ちゃうし，言わなかったら言わなかったで，掛け算の意味が不安定になるし……．

江沢　そこのところがぼくはよく分からないんですよ．教育の場面で意味というのをしきりに強調するようになったと思うのだけれども，それが本当にいいことなのかどうか……．

森　それは両方ある．

齋藤　面白い意見が出てきたぞ．

小島　本当はハガキの面積なんていうのはわりによく分かると思うんですけどね．

江沢　意味なんぞと言われなくたって分かっちゃうような方法はないですか．

高橋　それは江沢さんが，あまり意味にこだわらずに計算させられるというトレーニングを経ているからなんじゃないんですか．

江沢　そうなんでしょうか？

高橋　私も実はそうなんです．しかし今はあまりにもナンセンスが日常的にはびこっているので，ある場面ではかえって子供が意味に固執するなんて傾向があるのかもしれませんよ．

小島　つまり，$1\,\mathrm{cm}^2$ というのがあって，ハガキの面積の場合，タテが 6 cm，ヨコが 8 cm なら，$1\,\mathrm{cm}^2$ をまず 6 倍して，今度はヨコに 8 倍する．$1\,\mathrm{cm}^2$ の正方形が $6\times8=48$ 個あるので $48\,\mathrm{cm}^2$ となる．タテ×ヨコというけれども，そこのところがちょっと森さんと違うのかな？　いずれにせよその計算では 6 倍して 8 倍しているんで，「倍」が実際上そこに表われているのは確かだと思うんです．

齋藤　あんまり関係ないかもしれないんですが，ぼくは大抵のことは意味なんていうのと無関係に分かっちゃったんだけど，一つだけ記憶にあることがあってね．四角いものを八つずつ並べてあって，行を一つ減らす代わりに列を一つ増やしたらどうなるかというので，同じだと思った記憶がすごく鮮明にあるんです．ところが一つ足りなくなっているというので驚いたという記憶があるんですが，それはどういうことですか．

小島　どういうことって……．（笑）

森　それは先ほどの「分かる」という部分に属すると思うのですが，積の構造の中に和の構造が紛れ込んじゃったわけ．それと積の構造は違うものだということが，齋藤さんの場合におそらく鮮明に残っていたということで，そうやって驚かしたことは非常にいいことだと思うんです．

高橋　何かの危機を通じて以外，分かっていくということはありえないんでしょうね．私の場合は「黒表紙」の時代で，意味なんか問題にしないで計算をやたらにやらされたということがあって，もっと楽をしたいなあという感じから，何となく自分なりに意味というよりもわけの探索を始め，何となく，だんだん分かってきた，という感じ，…….

森　教育の問題になっちゃうとそのことは非常に難しくて，一概に言えないんです．

意味にこだわりすぎるのでは？

江沢　何か難しく考えちゃっているような気がするんだけどなあ．（笑）

森　いや，そうじゃないんです．それは明らかにそうではないんで…….

高橋　そうかなあ．何じゃかんじゃ言うから分からなくなるという感じだがな．むしろ何じゃかんじゃ言わなければアカンという状況そのものが問題のはずじゃないかしら？

江沢　さっき言った教師の二面性というのをうまく分離して教育をやってもらいたい気がするんです．「分かんないなァ」という側面を教師が持っているのは大歓迎なんですが，そこで分かったことをそのまま子供に押しつけるのは困る．子供には子供の分かり方があるんです．

森　その点はぼくも大賛成でね．これは別に小学校に限らず，小学校から大学まで含めてのことなんだけど，教育のわりあい重要な部分，どの程度に禁欲すべきかという事柄に依存すると思いますが，もちろんそうなんです．

今の場合，圧倒的にできないのは，面積とタテが分かっていてヨコを出す割り算ですね．これが割り算のイメージとたいへん食い違うんです．

江沢　そこのところがよく分からないんですが，実際に子供ができないんですか．

森　できないんです．

江沢　だけどその割り算というのは，さっき小島さんがおっしゃったようにタイルを並べるというイメージでいけば，お菓子を 5 人で分けるのとそう違わないですね．それでもうまくいかないですか．

森　いかないんです．

江沢　違うところがありますかね．何が違うんだろう．50 個のお菓子を 5 人で分けなさいというのと，$50\,\mathrm{cm}^2$ でこちら側が 5 cm ですというのと，どこが違うんでしょう？

小島　タイルを並べたら本当は同じなんですけどね．

森　数学者ふうにいいますと，プロダクト・スペースとトリビアル・ファイバー・スペースとの違いみたいな感じがある．（笑）

齋藤　まあ，確かにその通りだと思うな．

森　そういう感じとしてしか，今のところ把握できない．

江沢　そういう感じが子供の中にあるわけですか．

齋藤　本当ですかねぇ．（笑）

森　それが本当かどうかは分からないですよ．ぼくはそういう感じではないかと思うんですけどね．今の「意味なし，意味あり問題」ですが，くどくど意味を言ったらダメだということは明らかなんです．それから，完全に意味が分からなければ物事が進まないというのだったら，永遠に物事が進まないに決まっているということも明らかなんです．だから，極端に言えば，そこのバランスの問題に過ぎないわけです．

江沢　そうなんですね．

森　ただし，普通よく言われる，いわゆるできない子は意味なしに形式的にやったほうが早く頭に入るというのは，明らかに迷信です．

江沢　子供によるでしょうね．

森　できない子ほど意味のことにこだわらないとダメなんです．それももちろん子供をコントロールしながらのことですけどね．ある程度意味に帰りながらやらないとダメな面はもちろんあるわけです．ただし，とことん意味に帰るというのはナンセンスなんで，そういうことだとぼくは思うんです．

江沢　そうだと思いますね．ただ，子供の想像力には大人はとてもかなわないので，子供がどこで引っかかっているのか，大人

の論理ではなかなか摑まえられない.

齋藤　だけど，極端なことを言ってしまうと，量の理論というのがこんなに議論しても分からないほど難しいものだとすると，そんなものは子供に分かるわけはないのだから，数を早くやってしまって，抽象的なものに強引に慣れさせたほうがいいんじゃないか．前からぼくはそう言っているんですけれどもね.

森　それがダメなんだなあ.

齋藤　本当にダメなんですか.

森　ある種の子供はその「強引に」というところで完全に拒否反応を起こしてしまう．うまくいった場合は，強引にでも何でも数の世界になったことがだんだんふくらみを持ってきて，意識的じゃなくても意味がついてくるわけです．実際に使える子は間違った使い方をしないわけ．ところが，そうならないで意味と形式が離れるケースもあるわけです．そういうのはいつまでたっても形式的には分かるけど，意味が分からない.

ぼくはその点はだんだん楽観論が少なくなってきて，現に京大あたりの学生を見てても，意味と実行している形式との分離がなかなか埋まらなくなっているという感じのほうが強い.

高橋　それは森さんが一生懸命，意味意味と掘り出しているからじゃないの？

江沢　意味を知りすぎているんじゃないかしら．（笑）

森　もっと単純なことでもそういうことはあります．入学試験の採点をしていますと，ある程度の意味的な感覚を持っていれば，明らかに間違いと気がつくべきことを，見過ごす率がだんだん高まっている感じが，例で挙げろと言われても困りますが，現実にあるんです．あれほど受験勉強をしているにもかかわらずね.

小島　増えていますかね.

森　増えているような印象があるな.

小島　それはどういうこと？　たとえば答が負だったらまずいのに気がつかないとか，対称性とか，変数の2次同次式でなければならないのに分からないとか？

森　そういうのをわりあい考えずにやる.

齋藤　そういうのは意味というよりむしろ形式感覚というべきだと思うけど，それは大いに結構なことで，前からぼくも言っているわけですよ．小さくならなきゃならないのに掛けたら大きくなるから，これは割り算のほうが正しいだろうと思うような感覚というのもありうるわけね.

森　ウン，ありうるわけ.

齋藤　森さんからそんなのじゃダメだと言われたことがあるけど，そういう感覚はぼくは大事だと思うんだ．だけど量をいちいち意味づけし，それをいちいち子供に分からせて，割り算に何種類あるとか，内包的だとか外延的だとかというのは，はたして本当に効果があるかどうか疑わしいと思う.

森　実際に自分で意識することが有効かどうか，つまり意識を強制する必要があるかどうかというのは，問題によってずいぶん違うと思います.

●問題の出しかたも問題

小島　教育の議論というのはひどく分かりにくいんですね．数教協のある実験授業でこういうことが書いてあるんです．2mのヒモを四つに切った一つは何 m ですか，という問題に対して，クラス全員が $\frac{1}{4}$m と答えたというんです．そして，それに対しての論評に，量分数で一貫してちゃんとやらないからこうなるんだ，はじめに分割分数で指導されているから 2m を四つに割った一つは $\frac{1}{4}$m などと答えるのだ，と書かれているんです．けれども，$\frac{1}{4}$ というのは日本の文化では全体の $\frac{1}{4}$ という関係概念であるのに，その教室では量分数としての $\frac{1}{4}$m だけしか認めてなかったので，何 m かと聞かれたとき，全体の $\frac{1}{4}$ という彼らの感じ方が反射的に $\frac{1}{4}$m という許された表現をとったとも言えるわけでね.

今ぼくが言ったのは，こういうふうにこうだと言われたって，ぼくにはそうとは思えないようなことがいっぱい書いてあるということなんです.

森　あれに関しては，$\frac{1}{4}$ という意識が非常に強いという可能性はあるんです．先ほど言った60年代という極端な時期では，ぼくの友人の娘が小学校6年で，1m の $\frac{1}{2}$ なら分かるが，何としても $\frac{1}{2}$m が分からない．それはいちばん極端な時期ですが，そういう時期も実際にあったんです.

小島　$\frac{1}{2}$m というのが教育から排除された時期があったというわけですね.

齋藤　それは数教協の中でですか.

森　違う，違う．教科書で.

小島　しかし，いまの，一斉に $\frac{1}{4}$m と答えたというのは，そういうカルチャーの中で，教室では量分数というかたちだけを教わっているからそうなったとも考えられますね.

森　それはおそらくそうではなくて，全体の $\frac{1}{4}$，つまり四等分したものというのがかなり強く入っていることは事実です.

高橋　全体を1とみるという指導をする場面がありますね．それがウラメに出ちゃったんじゃないかな.

森　それが非常に強いということは事実です．ただし，わざわざひっかけるように出したと言えばそれまでの話だし，単にひっかかったのではないかと軽く見る立場ももちろんあります.

齋藤　しかし，あらゆる割り算がみんなその形なんだから，わざわざということはなくて，ごく自然じゃないですか．2m のヒモを四つに切るということは，要するに am のヒモを n 個に切るということだから，非常に一般的な問題で，意地悪くも何ともないでしょう.

森　まあ，そうですね.

小島　それで「何cmか」と聞くと「50cm」と答えるそうです.

齋藤　ぼくもさっき小島さんが質問したときに「50センチ」と言おうとしたんだけどね.

森　ぼくも 50cm か 0.5m というほうが自然だと思いますが，しかし，$\frac{1}{4}$m と言ってかなり念を押しても「やっぱりそ