

数学教育の哲学と科学 — 批判的検討 —

小島 順

1 はじめに

『数学教室』2006年1月号の「アメリカの“数学教育戦争”」で、私は数学教育の“NCTMスタンダードに基づく改革”を推進する教育学者たち一群とそれに対抗する市民・科学者の“抗争”を扱った。前者は認識論的には、自らを何らかの形の“構成主義”と名乗ることが多く、そのイデオロギーは19世紀末以来の“進歩主義”の流れをくみ(デューイ, ピアジェ, ヴィゴツキー), “子ども中心主義”(子どもの関心に従う, 子どもが自ら数学を発見する)はその中核にある想念である。それは現実社会の具体的な“状況下での学習”, “複雑な文脈の中の学習”の強調を伴っている。さらに彼らは、新しいOECD/PISAの評価枠組みこそがNCTM改革の哲学に一致し、改革の成果を測るのに役立つ、と主張している^{*1}

以上のような「数学教育の哲学」を批判的に検討する。我々の立脚点はもちろん数学そのものへの洞察と見識である。しかし、その一方で、最近の認知科学, 脳神経科学, 進化心理学などの成果に学ぶ必要がある。この立場からの「数学教育学」の議論を紹介する。

一例を挙げれば、デイヴィッド・ギアリーは、人間の(数学の)能力について、生物学的に一次の能力と二次の能力を区別する。一次の能力については、人類は進化の過程で、それを支える生得

の認知システムを獲得した。ローカルな環境での一定の経験を経て、一次能力は容易に、かつ自動的に発現する。

それと対照的に、二次の能力については、まだそれを支える固有のシステムが用意されていなくて、一次能力用のシステムの転用でやりくりする。この状況に「教育」は位置づけられている。さらに、二次の能力の獲得に向けての、生得の内在的動機が子どもにあるわけではなく、外の社会的・文化的要請から教育は始まる(以上は「大会要項」から転記^{*2})。

1. アメリカの90年代からの「数学教育改革」の騒ぎに現れる思想の対立やOECD/PISAの思想を意識し、世界の大きな潮流である「数学教育における構成主義」を批判的に検討する。
2. 私が今回拠り所としたのは、現代の認知心理学である。一つはデイヴィッド・ギアリーを中心とする“進化心理学”, もう一つは“情報処理”の流れに立つアンダーソン, レーダー, & サイモンである。
3. 以下の文献表に載せたような(主にウェブサイトの)資料を中心に読みながら私は“勉強”した。

文献表

^{*1} “子ども中心主義”による学力低下が、これまでの標準的テストではハッキリしてしまうことを彼らは知っている。しかし、PISAの結果でさえ、アメリカは先進国中最低であった。

^{*2} このノートは、2006年8月の数教協・全国研究大会@花巻における“AMIサロン”というセッションでのトークの準備として用意した。それは完成度が低く、その分かなり冗長なところがある。今回多少の整理をした。

- [1] John R. Anderson, Lynne M. Reder, and Herbert A. Simon: "Applications and Misapplications of Cognitive Psychology to Mathematics Education"
<http://www.andrew.cmu.edu/user/reder/publications/Applic.MisApp.html>
- [2] John R. Anderson, Lynne M. Reder, and Herbert A. Simon: "Radical Constructivism and Cognitive Psychology"(1998)
http://www.andrew.cmu.edu/user/reder/publications/98_jra_lmr_has.html
- [3] John R. Anderson, James G. Greeno, Lynne M. Reder, and Herbert A. Simon: "Perspectives on Learning, Thinking, and Activity"
http://www.andrew.cmu.edu/user/reder/publications/00_jra_jgg_lmr_has.html
- [4] David C. Geary: "Reflections of evolution and culture in children's cognition — implications for mathematical development and instruction"(1995)
<http://web.missouri.edu/gearyd/GearyAP.htm>
- [5] David C. Geary: "Principles of evolutionary educational psychology"(2002)
<http://web.missouri.edu/gearyd/GearyEvoEd.pdf>
- [6] スティーヴン・ピンカー著，山下篤子訳：“人間の本性を考える”(上・中・下，2004, NHK ブックス)
- [6a] Pinker, Steven 2002. The Blank Slate, Penguin Science.
- [7] スティーヴン・ピンカー著，椋田直子ほか訳：“心の仕組み”(上・中・下，2003, NHK ブックス)
- [7a] Pinker, Steven 1997. How the Mind Works, Penguin Science.
- [8] Niss, Morgan. "Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The

Danish KOM Project

http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf

[9] OECD: Measuring Student Knowledge and Skills — A New Framework for Assessment. OECD, Programme for International Student Assessment (PISA), Paris, France, 1999.

2 対抗する教育思想

2.1 旧くからの路線対立

アメリカでは「伝統的教育」と「進歩主義教育」の対立があり，日本への影響も大きい。

「伝統的」= 「白紙に書き込む」= Blank Slate

「進歩主義」= 「子どもの可能性」=

高貴な野蛮人 (Noble Savage)

その系譜をピンカー [6] で調べる。イギリスの，つぎの3人の名が挙がる。

Thomas Hobbes (1588 – 1679)

John Locke (1632 – 1704)

John Stuart Mill (1804 – 1873)

tabula rasa(拭われた石版 ,clean tablet, blank slate) は Locke の言葉とされているが，Locke 自身は “white paper void of all characters, whithout any ideas” というメタファーを使っている。

“How comes it to be furnished?” (心はどこから観念というものを持ってくるのか?) という問いに，彼は “To this I answer, in one word, from experience” と答える。

Locke の経験論 (empiricism) は [6] の上 26 ページによれば，心理学 (心はどのように働くか?) と認識論 (epistemology, 私たちはどのようにして，真実を知るのか?) の両方に向けられていた。彼の政治哲学はリベラル・デモクラシーの基礎と称えられているが，(経験論的は) 心理

学と認識論がこの政治哲学の土台となった。

彼は教会の権威，国王の神聖な権利などを「自明な真理」とするような，政治の現状の独断的な正当化に反対する（それは心に書き込まれたに過ぎない！）。19世紀にはブランクスレートの教義によって，多数の社会科学，人文科学の路線が設定された。これらの社会科学は「あらゆる慣習や社会機構は，子どもが周囲の文化（言葉，イメージ，ステレオタイプ，役割モデル，報酬と罰などからなるシステム）によって社会化された結果の産物である」と説明してきた。その延長で，今日の社会科学の「標準理論」(SSSM, Standard Social Science Model, またの名を社会構成主義)は「すべては社会的に構成されたもの」と主張する。

J. S. Mill は associationism (連合主義) という“学習理論”を作り上げた。ブランク・スレートに感覚が書き込まれる。感覚 (sensation) はロックが ideas と呼び，現代の心理学者が features と呼ぶものであるが，繰り返し並んで現れる二つの感覚 (観念) は連合する (associated)。連合した一つの感覚は他を心に呼び出すことができる。ロックの石版に文字を書き込む代書人も，接近と類似によって生み出される連合現象 (association by contiguity and resemblance) と考えられた。英米ではこの連合説が数世紀にわたって「心の理論」を支配し，今でもかなりの影響力をもっている。まっさらの (ぬぐった) 石版と連合による学習の法則は標準社会科学モデルの心理学的基盤である。([6] の上 49 ページ, [7] の上 170 ページ, [7a] の 117 ページなど)。idea を“刺激と反応”で置き換えると，現代の“行動主義”になる。

「高貴な野蛮人」の方はジョン・ドライデンに由来するが，普通は Jean-Jaques Rousseau (1712 - 1778) の名で語られることが多い。「自然状態の人間が最善，文明が人間を荒廃させる」。

ブランクスレートと高貴な野蛮人は，実際には一緒になっていることが多い。白紙状態は「純白

で無垢，清らかで」，それは無よりも善に結びつく。「悪い行動は学習と社会化のせいである」。

2.2 心の理論

心は複雑なシステムである。脳，神経，そして感覚諸器官の細かく分かれた各部分がそれぞれの役割をもち，しかも密接に関連しあってそのネットワークとして機能する。ピンカー [7] 上の 34 ページから引用する：

「心とは複数の演算器官からなる系である。この系は，我々の祖先が狩猟採集生活の中で直面したさまざまな問題，とくに，物，動物，植物，他の人間を理解し出し抜くために要求される課題を解決する中で，自然淘汰により設計されてきた。」

「心は脳の産物である。具体的に言うと，脳は情報を処理する。思考は演算行為の一種である。心は複数のモジュール (心的器官) から構成されている^{*3}。各モジュールは特定の目的をもって設計されており，それぞれのモジュールは，外界との相互作用の中のある特定の分野を専門に担当している。」

「“心が複雑な構造をもつ”ことは“人間に生得の本性 (an innate human nature) がある”ことの裏付けである。」

さらにピンカー [7] は上の 285 ページで述べる：

「人間の集団は知恵を働かせて生きる中で，高い技術と民間科学 (あるいは直観科学) を発達させた。記録に残る人類文化のすべてが，空間，時間，運動，速度，心的状態，道具，植物，動

^{*3} [7] 中の 40 ページで，ピンカーは「心的モジュール (mental module) よりもノーム・チョムスキーの言う心的器官 (mental organ) の方がよい」と言っている。

物，天候，論理関係を表す単語をもっている。こうした単語を組み合わせて（文法に沿った）文を作り，ベースにある（推論の）規則を使いながら，病気や，気象上の種々の“力”や，そこにいない動物，等々の目に見えない事柄についても推論することができる。」このような複雑な心的モジュールのシステムは生得（innate）のものである^{*4}。

ピンカーは，注目すべき著書 [6] において，生物学と文化の壁は崩壊しつつあり，四つの知のフロンティア（心，脳，遺伝子，進化）が，両者の間の架け橋になったと言う（上の 71 ページ）。

1. 心の科学，すなわち認知科学
2. 神経科学，とくに認知神経科学
3. 遺伝子が行動に影響を及ぼす仕組みを研究する行動遺伝学
4. 心の系統発生史と適応機能を研究する進化心理学

がピンカーの言う四つの架け橋であるが，4. の進化心理学の知見の教育における意味について彼が語る部分を引用する。

2.3 教育への含意

ピンカー [6] 中の p. 162 は教育について語っている。まず，アメリカの教育思想の流れを分析する：

伝統的な教育はブランクスレート説に基づいている。すなわち，子どもは，空っぽの状態ですべての知識を詰め込まれ，詰め込まれた知識をテストでそのまま再現する存在と見られている。

^{*4} ここでは，生得か学習かという 2 項対立はあまり意味がない。人間は生得の複雑なシステムをもっているからこそ，学習ができるのだ。

学齢期の初期は生涯にわたる社会的価値観が形成される好機である，という理念の根底にもブランクスレート説がある。

進歩主義教育の方は“高貴な野蛮人”に基づいている。A. S. Neill（ニール）がサマーヒルで書いたところによると「子どもは生まれながらに賢く分別があり，大人が一切口出しをせず，子ども自身に任せておけば，子どもは発達可能性の限界まで発達するだろう」。

構成主義として知られる算数の指導法では，子どもは計算ドリルを使った勉強はせず，グループで問題を解いて，自分たちで数学的真理を発見するように指示される。

心を進化によって形成された複雑なシステムとして捉える理解は，こうした教育理念と衝突する。そして，伝統的教育と進歩主義教育の双方を超えるものが，ギアリーなどの認知科学者の仕事から出て来た。

ここからピンカーは，ギアリー流の進化心理学を解説する。大変上手な解説である。

教育とはブランクスレートに書き込むことでもなく，子どもたちのもつ高貴さを開花させることでもない。そうではなくて，人間の精神が生まれつき苦手とするものを補うことを試みる技術である。

子ども達は学校に行かなくても歩いたり，しゃべったり，モノを認知したり，友だちの性格を覚えたりすることを学ぶが，これらの課題は読んだり，足し算をしたり，歴史の日付を覚えたりするよりもはるかに難しい。書き言葉や算数や科学を学ぶには学校が必要だが，それはこれらの知識やスキルが発明されたのがあまりにも最近のことで，人という種は，それに対応するための種全体としての要領をまだ進化させ

ていないからである。

効果的な学習には、古い能力を転用して新しい要求に対処させることも必要になる。言葉の断片は「五・五・二十五」という一節を思い出すときのように計算に使える。「四千(と)三百(と)五十(と)七」という表現に見られる文法構造は、大きな数の把握に使える。空間認知はデータや等式を形にする図形の使用を通して、数学関係の理解に引っ張り出される。

これはギアリーが、生物学的に一次と二次として区別した能力である。この区別が「学校」というものの役割を考えるカギとなる。

「ギアリーは、ある決定的な含意(implication)を指摘している。教育の内容はほとんどが認知的に自然ではないので、勉強は面白いというまじない文句とは違って、習得の過程は必ずしも容易で楽しいわけではない、という指摘である。子どもたちは友だちを作り、地位を獲得し、運動スキルを磨き、物理世界を探索するように生得的に動機付けられているかも知れないが、認知能力を学問としての数学のような不自然な課題に順応させるようには必ずしも動機づけられていない。学習という、ずっと後にならないとその報いが見えない、努力を要する大仕事をやり抜くための動機を子どもに与えるためには、学業成績に高いステータスを与える家族や仲間集団や文化が必要なのかも知れない。」

他に、「数学の勉強」についてが参考になる。

3 Geary の進化心理学

すでにピンカーの [6] の紹介をした中に、ギアリーの進化心理学が現れていた。まとまった形で

の彼の進化心理学は 1995 年の [4] に始まる。幸いにそれは「数学教育」に焦点が向けられている。[4] からの抄訳に近い形で出発する。

3.1 子どもの認知についての進化と文化の影響

子どもの認知的発達、あるいは学力面の発達についての生物学的および文化的影響を理解するための、進化論に基づく一つの枠組みを提示する。

この枠組みの中では、認知的能力には大きく言って二つのクラスがある。生物学的に一次と二次の能力である。一次の能力の多くは自然選択(淘汰)によって進化したように思われる。二次の能力は一次の能力を、その(進化ベースでの)本来の機能以外の目的への転用(co-optation)することでもたらされる。また、二次能力は個別の文化的文脈の中でのみ発達する。この二つの能力クラスの区別は子どもの認知発達と達成の理解にとって重要な意味を持つ。

3.2 二次能力の特質

3.3 進化と数学能力

3.4 アメリカの数学教育の現状

3.5 教育への認知科学の貢献

4 認知主義について

4.1 認知科学の応用と誤用

4.2 “状況下学習論”の批評

4.3 “構成主義”の批評

5 OECD/PISA の数学教育観へのコメント