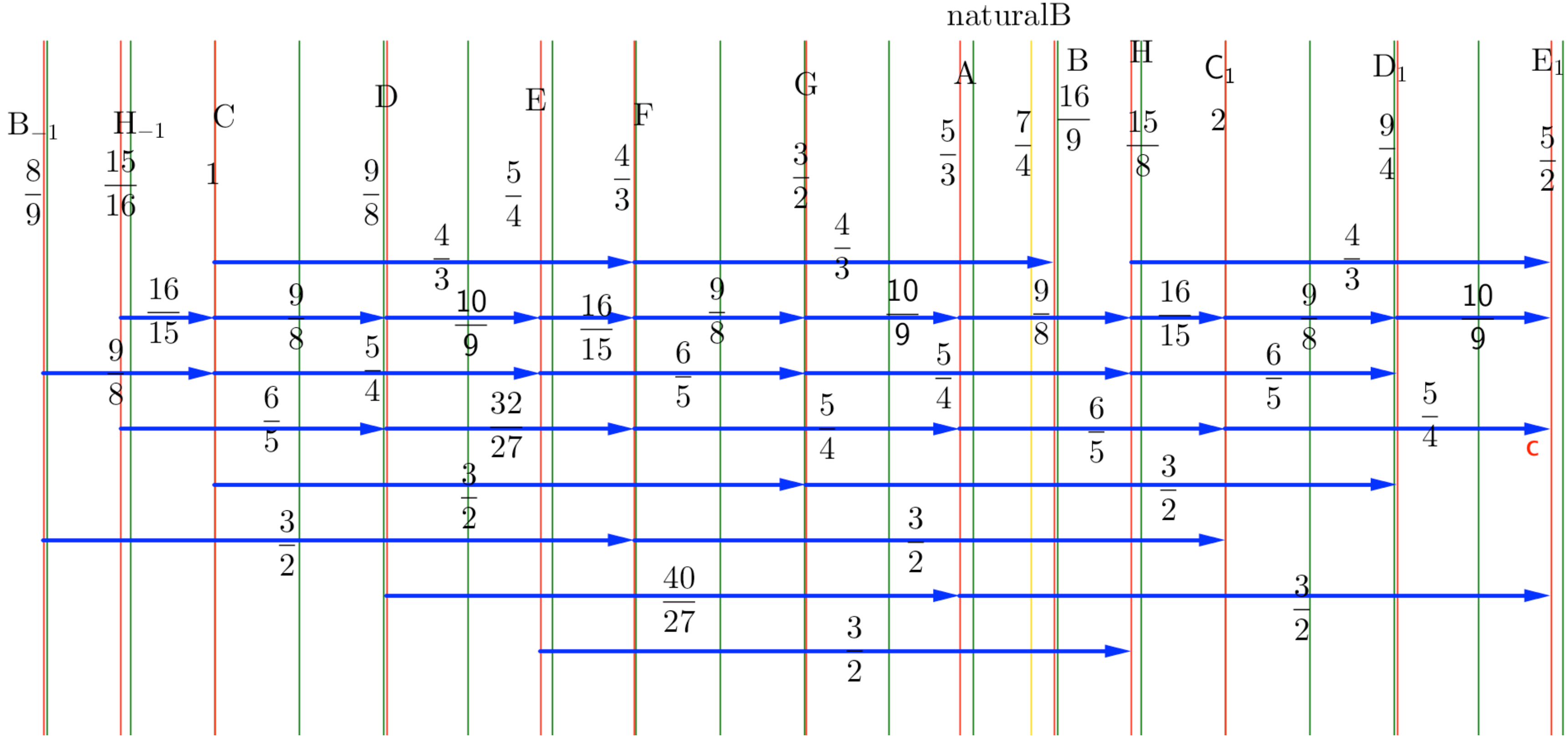
2017/10/21，白楽サークル@神奈川大学　小島 順

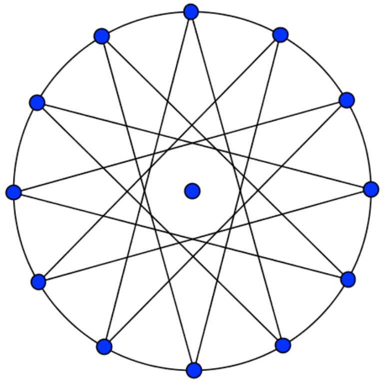
分数の掛け算とその対数表示 — 音階を例に —



縦の赤い線は「純正」の音高（振動数比），緑の等間隔の線は平均律の音高。
横の青の矢線は「純正」の音程。3枚目に表がある。

$$
\begin{aligned}
&\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{3}{2},\ \frac{6}{5}\times\frac{5}{4}=\frac{3}{2},\\
&\frac{9}{8}\times\frac{10}{9}=\frac{10}{9}\times\frac{9}{8}=\frac{5}{4},\\
&\frac{16}{15}\times\frac{9}{8}=\frac{9}{8}\times\frac{16}{15}=\frac{6}{5},\ \frac{10}{9}\times\frac{16}{15}=\frac{32}{27},\\
&\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}=2,\\
&\frac{5}{4}\times\frac{8}{5}=2,\ \frac{5}{3}\times\frac{6}{5}=2,\\
&\frac{6}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{5},\ \frac{4}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{3},\\
&\frac{3}{2}\times\frac{32}{27}=\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{16}{9}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&4+3=7,\ 3+4=7;\\
&2+2=2+2=4,\\
&1+2=2+1=3,\ 2+1=3,\\
&7+5=5+7=12,\\
&4+8=12,\ 9+3=12,\\
&3+5=8,\ 5+4=9,\\
&7+3=5+5=10
\end{aligned}
$$



長3度 ＋ 短3度 ＝ 完全5度, 短3度 ＋ 長3度 ＝ 完全5度,
全音 ＋ 全音 ＝ 長3度,
半音 ＋ 全音 ＝ 全音 ＋ 半音 ＝ 短3度,
完全5度 ＋ 完全4度 ＝ 完全4度 ＋ 完全5度 ＝ 8度,
長3度 ＋ 短6度 ＝ 8度, 長6度 ＋ 短3度 ＝ 8度,
短3度 ＋ 完全4度 ＝ 短6度, 完全4度 ＋ 長3度 ＝ 長6度,
完全5度 ＋ 短3度 ＝ 完全5度, ＋完全5度 ＝ 短7度

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12}/2^7 = 1.0136$$

左上：「純正」律の場合す分数による乗法

右上 : $2^{\frac{1}{12}}$ を底とする対数を平均律で近似した場合。
整数の加法が対応する。

「純正」とカッコ付きで書いた理由は，これが破綻しているから。それは D と F の 比が 32/27 でこれは短3度の 6/5 より著しく狭い。3枚目の対数表示で加法的にみるとよく分かる。”純正律では移調（あるいは転調）ができない”という言い方は正しくなくて，C dur (ハ長調) の中で破綻している。それでも，純正的な感覚は意味がある。